PUBLIKACIJE ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU
PUBLICATIONS DE LA FACULTÉ D'ÉLECTROTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ À BELGRADE

SERIJA: MATEMATIKA I FIZIKA — SÉRIE: MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

№ 201 (1967)

EINE METHODE FÜR LÖSUNG DES RADZIEWSKY'S DREIKÖRPERPROBLEMS

D. Mihailović

(Eingegangen am 15. X 1967)

Das Problem der relativen Bewegung zweier Körper in homogenen schärischen Nebel, welches RADZIEWSKY [1] definiert, reduziert sich auf die Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{\mathfrak{r}} = -\left(\frac{\mu}{r^3} + k\right)\mathfrak{r} \tag{1}$$

($r = |\mathfrak{r}|$, μ und k-Konstanten).

Im Artikel [2] nimmt der Verfasser

$$\ddot{\mathfrak{r}} + \frac{\mu}{r^3}\mathfrak{r} = -k\mathfrak{r} \tag{2}$$

und betrachtet das RADZIEWSKY's Dreikörperproblem als Problem der störenden Bewegung zweier Körper mit der Störungskraft

$$\mathfrak{S} = -k\mathfrak{r} = \operatorname{grad} R. \tag{3}$$

Die Lösung des Problems reduziert der Verfasser auf die Integration des bestimmten Systems der Differentialgleichungen für die Variation der MILANKOVITSCH'chen Gruppe der vektoriellen Elemente [3].

In diesem Artikel wird noch eine Methode für die Lösung des RADZIEWSKY's Dreikörperproblem gegeben werden, und zwar durch die Anwendung der Gleichungen der Störungstheorie.

Nämlich, aus der Gleichung (1) folgt

$$\ddot{\mathfrak{r}} + k\mathfrak{r} = -\frac{\mu}{r^3}\mathfrak{r} \tag{4}$$

oder

$$\ddot{\mathfrak{r}} + k\mathfrak{r} = \operatorname{grad} \Omega \tag{5}$$

wo

$$\Omega = \frac{\mu}{r} \tag{6}$$

ist.

Nach der Gleichung (5) können wir die Bewegung im RADZIEWSKY's Problem als eine störende Bewegung jener Bewegung betrachten, welche mit der Differentialgleichung

$$\ddot{\mathfrak{r}} + k\mathfrak{r} = 0$$

mit der Störundsfunktion (6) definiert ist. Darum kann man die Lösung der Gleichung (5) des betrachteten Problems durch die Variation der vektoriellen Integrationskonstanten in der Lösung der vektoriellen Differentialgleichung (7) erhalten.

Nachdem $k > 0$ ist, so ist die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (7) der ungestörten Bewegung von der Form

$$\mathfrak{r} = \mathfrak{A}_1 \cos(\sqrt{k} \cdot t) + \mathfrak{A}_2 \sin(\sqrt{k} \cdot t) \tag{8}$$

wo $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ die vektoriellen Integrationskonstanten sind, die sich aus den initialen Bedingungen bestimmen können (sieh z.B. [4]).

Durch das klassische Verfahren können sich die Funktionen

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_1(t), \quad \mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_2(t) \tag{9}$$

so bestimmen, dass die Gleichung (8) eine Lösung der Differentialgleichung (5) darstellt. Die Vektoren $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ stellen die neuen vektoriellen Elemente dar.

Die zeitlichen Änderungen dieser Elemente sind durch das System der Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\mathfrak{A}}_1 \cos(\sqrt{k} \cdot t) + \dot{\mathfrak{A}}_2 \sin(\sqrt{k} \cdot t) &= 0 \\ -\sqrt{k}\,\dot{\mathfrak{A}}_1 \sin(\sqrt{k} \cdot t) + \sqrt{k}\,\dot{\mathfrak{A}}_2 \cos(\sqrt{k} \cdot t) &= \operatorname{grad} \Omega \end{aligned} \tag{10}$$

bestimmt.

Daraus folgt, dass wir fur $\dot{\mathfrak{A}}_1$ und $\dot{\mathfrak{A}}_2$ zum System der Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\mathfrak{A}}_1 &= -\frac{1}{\sqrt{k}} \sin(\sqrt{k} \cdot t) \operatorname{grad} \Omega\,, \\ \dot{\mathfrak{A}}_2 &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cos(\sqrt{k} \cdot t) \operatorname{grad} \Omega \end{aligned} \tag{11}$$

gelangen.

Das heisst, dass wir die relative Bewegung im RADZIEWSKY's Dreikörperproblem als die störende Bewegung betrachten können, und zwar: oder des Zweikörperproblems mit der Störungskraft (3), oder der oszillierenden Bewegung mit der Störungskraft (6).

Im letzten Fall haben die zeitlichen Änderungen der vektoriellen Elemente $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ die folgende Eigenschaft. Aus den Relationen (11) folgt

$$\begin{aligned} |\dot{\mathfrak{A}}_1| &\leqslant \frac{1}{\sqrt{k}} |\operatorname{grad} \Omega|\,, \\ |\dot{\mathfrak{A}}_2| &\leqslant \frac{1}{\sqrt{k}} |\operatorname{grad} \Omega|\,. \end{aligned} \tag{12}$$

Die Ungleichungen (12) zeigen, dass die Beträge der zeitlichen Änderungen der Elemente $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ begrenzt sind und nicht den Wert

$$\frac{1}{\sqrt{k}} | \operatorname{grad} \Omega |$$

übcrsteigen.

LITERATUR

[1] В. В. Радзиевский, *Общее решение одного случая задачи трех тел*, Докл. АН СССР, 91, № 6, (1953), 1309—1311.

[2] D. Mihailović, *Jedna primena jednačina teorije poremećaja na problem triju tela Radzievskog*, Vesnik Društva matematičara i fizičara NR Srbije, VII, 3—4, (1955), 223—228.

[3] M. Milanković, *O upotrebi vektorskih elemenata u računu planetskih poremećaja*, Glas CLXXXI, SAN, prvi razred 90, A. Matematičke nauke, (1939), 1—72.

[4] J. Spielrein, *Vektorrechnung*, Zweite Auflage, Stuttgat 1926, S. 212—213.