PUBLIKACIJE ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU
PUBLICATIONS DE LA FACULTÉ D'ÉLECTROTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ À BELGRADE

SERIJA: MATEMATIKA I FIZIKA — SÉRIE: MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

№ 68 (1961)

O JEDNOJ DIFERENCIJALNOJ JEDNAČINI

Blagoj S. Popov

(Primljeno 1. juna 1961.)

U ovom radu daćemo rešenje diferencijalne jednačine

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{\omega}{k} P_n^{(k)}(x)\, y^{(n-k)} = 0 \qquad \left\{\binom{\omega}{0} = 1 \ \text{ i } \ P_n(x) = \prod_{k=n}^{1} (x - \alpha_k)\right\}. \tag{1}$$

Pri tome koristimo postupak *D. S. Mitrinovića* [1] za formiranje kriteriuma reduktibiliteta linearnih diferencijalnih jednačina, u izmenjenom vidu.

Posmatrajmo naime diferencijalnu jednačinu

$$\sum_{i=0}^{n} p_i(x)\, y^{(n-i)} = 0, \tag{2}$$

za čije koeficiente pretpostavljamo da su holomorfne funkcije realne promenljive x, u nekom intervalu A. Jednačina u tom slučaju poseduje jedan osnovni sistem integrala, koji može biti uzet u obliku

$$y_1 = v_1, \ y_2 = v_1 \int v_2 \, \mathrm{d}x, \ \ldots \ , \ y_n = v_1 \int v_2 \, \mathrm{d}x \ldots \int v_n \, \mathrm{d}x, \ v_i = v_i(x).$$

Uzmimo sada diferencijalne jednačine prvoga reda

$$E_i \equiv a_i(x)\, y' + b_i(x)\, y = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots \, n),$$

koje imaju kao rešenja respektivno funkcije

$$v_1, \ v_1 v_2, \ \ldots \ , \ v_1 v_2 \ldots v_n.$$

Očevidno, diferencijalna jednačina (2) identična je jednačini

$$\prod_{i=n}^{1} (a_i(x)\, \mathrm{D} + b_i(x))\, y = 0 \qquad \left(\mathrm{D} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right),$$

jer im se rešenja podudaraju, tj. imaju zajednički jedan osnovni sistem rešenja.

Ovaj sistem je oblika

$$y_k = R_1 \int \frac{R_2}{a_1 R_1} \mathrm{d}x \int \frac{R_3}{a_2 R_2} \mathrm{d}x \ldots \int \frac{R_k}{a_{k-1} R_{k-1}} \mathrm{d}x, \tag{3}$$

$$R_k = R_k(x) = \exp\left(-\int \frac{b_k}{a_k} \mathrm{d}x\right) \qquad (k = 1, 2, \ldots \, , n).$$

Za diferencijalnu jednačinu (1) imaćemo

$$a_k = x - \alpha_k \quad b_k = \omega - n + k \quad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

i prema tome jednačina može biti pisana u obliku

$$\prod_{k=n}^{1} [(x - \alpha_k) \, \mathrm{D} + (\omega - n + k)] \, y = 0.$$

Sistem rešenja dobićemo formulom (3), gde je

$$R_k = \frac{1}{(x - \alpha_k)^{\omega - n + k}} \quad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Sukcesivna integracija dovodi do opšteg integrala date jednačine u obliku

$$y = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(x - \alpha_i)^{\omega - n + 1}} \quad (C_i = \text{const}). \tag{4}$$

BIBLIOGRAPHIE

[1] D. S. Mitrinovitch: *Sur un cas de réductibilité d'équations différentielles linéaires*, Comptes rendus de l'Academie des sciences de Paris, t. 230 (1950), p. 1130.

Videti takođe: B. S. Popov, *Formiranje kriteriumi za reduktibilnost na nekoi klasi linearni diferencijalni ravenki*, God. Zbornik na Fil. fakultet, Skopje, Prir. mat. oddel. kn. 5 (1952), № 2 str. 1.

Résumé

SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

B. S. Popov

Par application d'un procédé dû à *D. S. Mitrinović* {*voir* [1]} on indique que la solution générale de l'équation (1) est donnée par (4).