PUBLIKACIJE ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU
PUBLICATIONS DE LA FACULTÉ D'ÉLECTROTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ À BELGRADE

SERIJA: MATEMATIKA I FIZIKA — SÉRIE: MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

№ 23 (1959)

O STIRLING-OVIM BROJEVIMA PRVE VRSTE I STIRLING-OVIM POLINOMIMA

Dragoslav S. Mitrinović

(Primljeno 5 maja 1959)

UVOD

1. *Charles Jordan* posvetio je *Stirling*-ovim brojevima celu četvrtu glavu (str. 142—229) svoga dela [1].

Ovaj ugledni madžarski matematičar u navedenom delu na str. 143 kaže:

> Stirling's Numbers are of the greatest utility in Mathematical Calculus. This however has not been fully recognised; the numbers have been neglected, and are seldom used.
>
> This is especially due to the fact that different authors have reintroduced them under different names and notations, not mentioning that they dealt with the same numbers.
>
> Stirling's numbers are as important or even more so than Bernoulli's numbers; they should occupy a central position in the Calculus of Finite Differences.

Charles Jordan, u svojoj monografiji [2] naveo je poznate rezultate o *Stirling*-ovim brojevima i izveo niz novih formula u kojima se javljaju ovi brojevi.

N. Nielsen posvetio je *Stirling*-ovim brojevima glavu V (str. 66—78) svoga dela [3]. U ovom delu navedeni su glavni rezultati o *Stirling*-ovim brojevima kao i bibliografski podaci.

Interesantno je primetiti da *Jordan* u svojoj monografiji [2], kao i u svome delu [1], čije je prvo izdanje objavljeno 1939, ne citira rasprave [4], [5], [6] niti koristi rezultate iz ovih rasprava. Međutim u ovim raspravama objavljene su interesantne osobine o *Stirling*-ovim brojevima kao i tablice ovih brojeva.

Nielsen takođe nije uzeo u obzir rezultate iz rasprava [4] i [5], niti ih je u svome delu [3] citirao.

Pisac ovog članka objavio je tri članka [7], [8] i [9] o *Stirling*-ovim brojevima i dva članka [10] i [11] o primeni ovih brojeva.

Da bi bibliografija bila što potpunija, treba navesti i članke [12] i [13], kao i knjigu [14].

2. Spisak knjiga i članaka u kojima su objavljene tablice *Stirling*-ovih brojeva prve vrste naveden je u indeksima matematičkih tablica [15] i [16].

Do sada najšire tablice *Stirling*-ovih brojeva prve vrste nalaze se u člancima **[4]** i **[8]**.

Zahvaljujući ljubaznosti prof. *A. Fletcher*-a, jednog od pisaca knjige **[15]**, pisac ovog članka obavešten je da će uskoro izići II izdanje knjige **[15]**, u kome će biti više podataka o *Stirling*-ovim brojevima nego što je bilo u I izdanju ove knjige na str. 71 (videti § 4.9231).

Nedavno je objavljena beleška **[17]** prema kojoj su proširene tablice iz članka **[4]**. Ove tablice nisu otštampane, već su predate u depozit, otkucane na pisaćoj mašini.

3. U ovom članku navedeno je više *Stirling*-ovih polinoma. Polazeći od ovih polinoma, *Ružica S. Mitrinović* sastavila je tablice *Stirling*-ovih brojeva prve vrste. Ove tablice šire su od svih do sada objavljenih tablica.

U *Glaisher*-ovim tablicama (videti **[4]**, str. 26—28) date su vrednosti brojeva $S_r(1, 2, \ldots, n)$, gde $S_r(1, 2, \ldots, n)$ označava zbir svih proizvoda brojeva $1, 2, \ldots, n$ uzetih po r $(1 \leqslant r \leqslant n)$ i samo po r. Tako je, na primer,

$$S_2(1, 2, 3, 4) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 35.$$

Između *Stirling*-ovih brojeva S_n^m i *Glaisher*-ovih brojeva $S_r(1, 2, \ldots, n)$ postoji veza

$$S_n^m = (-1)^{n-m} S_{n-m}(1, 2, \ldots, n-1),$$

odnosno

$$S_m(1, 2, \ldots, n) = (-1)^m S_{n+1}^{n-m+1}.$$

STIRLING-OVI POLINOMI

1. Brojevi S_n^m, definisani pomoću relacija

$$(1) \qquad (x)_0 = x^0 = S_0^0 = 1,$$
$$(x)_n = x(x-1)\cdots(x-n+1) = \sum_{m=0}^{n} S_n^m x^m \qquad (n > 0),$$

zovu se *Stirling*-ovi brojevi prve vrste.

Funkcija $(x)_n$ zove se *generatrisa Stirling*-ovih brojeva prve vrste.

Kako je

$$(x)_{n+1} = (x-n)(x)_n,$$

na osnovu definicije (1) biće

$$\sum_{m=0}^{n} S_{n+1}^m x^m = (x-n) \sum_{m=0}^{n} S_n^m x^m.$$

Iz ovog identiteta izlazi

$$(2) \qquad S_{n+1}^m = S_n^{m-1} - n S_n^m.$$

Ova jednačina sa konačnim diferencijama zapisuje se i u obliku

$$S(n+1, m) = S(n, m-1) - n S(n, m).$$

Prema (1) je

$$S_0^0=1, \quad S_n^0=0 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \dots), \quad S_1^1=1.$$

Polazeći od vrednosti

$$S_1^0=0 \quad \text{i} \quad S_1^1=1,$$

mogu se izračunati, jedan za drugim, *Stirling*-ovi brojevi S_n^m.

2. Za iznalaženje partikularnih rešenja jednačine (2) postoje razni metodi, opisani u spisima **[1]**, **[2]**, **[3]**, **[4]**, **[7]**, **[9]**. Svi ovi metodi iziskuju dugačka izračunavanja. Čini nam se da je metod, koji smo izložili u članku **[9]**, najjednostavniji.

Do sada su eksplicitno određena sledeća partikularna rešenja jednačine (2):

$$S_n^{n-1}=-\binom{n}{2},$$

$$S_n^{n-2}=\frac{1}{4}\binom{n}{3}(3n-1),$$

$$S_n^{n-3}=-\frac{1}{2}\binom{n}{4}n(n-1),$$

$$S_n^{n-4}=\frac{1}{48}\binom{n}{5}(15n^3-30n^2+5n+2),$$

$$S_n^{n-5}=-\frac{1}{16}\binom{n}{6}n(n-1)(3n^2-7n-2),$$

$$S_n^{n-6}=\frac{1}{576}\binom{n}{7}(63n^5-315n^4+315n^3+91n^2-42n-16),$$

$$S_n^{n-7}=-\frac{1}{144}\binom{n}{8}n(n-1)(9n^4-54n^3+51n^2+58n+16),$$

$$S_n^{n-8}=\frac{1}{3840}\binom{n}{9}(135n^7-1260n^6+3150n^5-840n^4-2345n^3$$
$$-540n^2+404n+144).$$

Ova rešenja zvaćemo *Stirling*-ovim polinomima.

U članku **[4]** *Glaisher* je odredio prvih sedam polinoma, dok je u našim člancima **[8]** i **[9]** određeno prvih pet odnosno svih osam navedenih polinoma.

Koeficijenti

$$A_k \quad (k=1,\ 2,\ \dots,\ 7)$$

koje je odredio *Glaisher* (videti str. 24 članka [4]) vezani su sa S_n^m relacijom

$$A_k=S_n^{n-k}.$$

N. Nielsen (videti **[3]**, str. 76) je obrazovao takođe prvih sedam *Stirling*-ovih polinoma.

3. Oblici *Stirling*-ovih polinoma

$$S_n^{n-1}, \quad S_n^{n-3}, \quad S_n^{n-5}, \quad S_n^{n-7}$$

dozvoljavaju nam da pretpostavimo da polinom S_n^{n-9} ima oblik[1]

$$S_n^{n-9} = -\binom{n}{10} n(n-1) \sum_{k=0}^{6} A_k n^{6-k}, \tag{3}$$

gde su A_k konstante koje treba odrediti.

Ako je izraz (3) rešenje diferencne jednačine (2), tada identički važi

$$\binom{n+1}{10}(n+1)n \sum_{k=0}^{6} A_k (n+1)^{6-k} = \binom{n}{10} n(n-1) \sum_{k=0}^{6} A_k n^{6-k}$$

$$+ \frac{n}{3840}\binom{n}{9}(135 n^7 - 1260 n^6 + 3150 n^5 - 840 n^4 - 2345 n^3$$

$$- 540 n^2 + 404 n + 144),$$

tj.

$$\sum_{k=0}^{6} A_k (n+1)^{8-k} = (n^2 - 10 n + 9) \sum_{k=0}^{6} A_k n^{6-k} + \frac{1}{384}(135 n^7 - 1260 n^6 + 3150 n^5 -$$

$$- 840 n^4 - 2345 n^3 - 540 n^2 + 404 n + 144).$$

Posle identifikacije koeficijenata sličnih članova, dobija se skup od osam linearnih jednačina po sedam nepoznatih

$$A_k \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6).$$

Prvih sedam jednačina (ako se kao poslednja, tj. osma smatra jednačina koja se dobija identifikacijom članova uz n^0) čine jedan trougaoni sistem linearnih jednačina.

Rešenje ovog skupa je:

$$A_0 = \frac{15}{768}, \quad A_1 = -\frac{165}{768}, \quad A_2 = \frac{465}{768}, \quad A_3 = \frac{17}{768},$$

$$A_4 = -\frac{648}{768}, \quad A_5 = -\frac{548}{768}, \quad A_6 = -\frac{144}{768}.$$

Ovo rešenje zadovoljava i osmu jednačinu koja glasi

$$\sum_{k=0}^{6} A_k = 9 A_6 + \frac{144}{384}.$$

[1] Uostalom, da polinom S_n^{n-k} (k neparno) ima ovaj oblik izlazi iz jednog stava koji je dokazan u knjizi **[3]**.

Prema tome, *Stirling*-ov polinom S_n^{n-9} je

$$S_n^{n-9} = -\frac{1}{768}\binom{n}{10} n(n-1)(15n^6 - 165n^5 + 465n^4 + 17n^3 - 648n^2 - 548n - 144).$$

4. *Stirling*-ovi polinomi

$$S_n^{n-k} \quad (k=2,\ 4,\ 6,\ 8)$$

dopuštaju da pretpostavimo da *Stirling*-ov polinom za $k=10$ ima oblik[1]

$$S_n^{n-10} = \binom{n}{11} A_k n^{n-k},$$

gde su A_k konstante koje treba odrediti.

Postupimo li na isti način kao u prethodnom paragrafu, dolazimo do skupa od deset linearnih jednačina po A_k.

Traženi polinom S_n^{n-10} ima oblik

$$S_n^{n-10} = \frac{1}{9216}\binom{n}{11}(99n^9 - 1485n^8 + 6930n^7 - 8778n^6 - 8085n^5 + 8195n^4 +$$
$$+ 11792n^3 + 2068n^2 - 2288n - 768).$$

5. Na sličan način izračunavaju se polinomi

$$S_n^{n-11}, \quad S_n^{n-12}, \quad S_n^{n-13}$$

i oni su navedeni u rezimeu ovog članka.

6. Pri proveravanju nekih rezultata u ovom članku piscu su pomogli *S. Fempl, K. Milošević* i *S. Pavlović*.

---

[1] Uostalom, da polinom S_n^{n-k} (k parno) ima navedeni oblik izlazi iz jednog stava koji je dokazan u [3].

BIBLIOGRAFIJA — INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

[1] Ch. Jordan: *Calculus of Finite Differences* (second edition, New York, 1952, 652 p.).

[2] Ch. Jordan: *On Stirling's Numbers* (*The Tôhoku Mathematical Journal*, vol. 37, 1933. p. 254—278).

[3] N. Nielsen: *Handbuch der Theorie der Gammafunktion* (Leipzig, 1906, 326 S.).

[4] J. W. L. Glaisher: *Congruences relating to the sums of products of the first n numbers and to other sums of products* (*The Quaterly Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 31, 1900, p. 1—35).

[5] J. W. L. Glaisher: *On the residues of the sums of products of the first p—1 numbers, and their powers, to modulus p^2 or p^3* (*The Quartely Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 31, 1900, p. 321—353).

[6] J. Ginsburg: *Note on Stirling's Numbers* (*The American Mathematical Monthly*, vol. 1928, p. 77—80).

[7] D. S. Mitrinovitch: *Sur un procédé fournissant des solutions d'une équation aux différences finies rattachée à la théorie des coefficients de Stirling* (*Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, Classe des sciences, 5e série, t. 33, 1947, p. 244—247).

[8] D. S. Mitrinovitch: *O Stirling-ovim brojevima* (*Godišen zbornik*, Filozofski fakultet na Univerzitetot vo Skopje, Prirodno-matematički oddel, knjiga 1, 1948, str. 49—95).

[9] D. S. Mitrinovitch: *Nouvelles formules relatives aux nombres de Stirling* (*Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. 248, 1959, p. 1754—1756).

[10] D. S. Mitrinovitch: *Sur le déterminant de Stern généralisé* (*Vesnik Društva matematičara i fizičara NR Srbije*, t. 7, 1955, str. 153—160).

[11] D. S. Mitrinovitch: *Su un determinanto e sui numeri di Stirling che vi collegano* (*Bollettino della Unione Matematica Italiana*, serie III, anno XI, 1956, p. 93—96).

[12] W. James — A. R. Hyde: *Stirling Numbers* (*The American Mathematical Monthly*, vol. 62, 1955, p. 126—127).

[13] R. V. Parker: *Stirling's Numbers as Polynomials* (*The Tôhoku Mathematical Journal*, second series, vol. 8, 1956, p. 181—182).

[14] J. Riordan: *An Introduction to Combinatorial Analysis* (New York—London, 1958, 244 p; videti str. 32—34; str. 45; str. 48).

[15] A. Fletcher — J. C. P. Miller — L. Rosenhead: *An Index of Mathematical Tables* (New York—London, 1946, 451 p.).

[16] А. В. Лебедев — Р. М. Федорова: *Справочник по математическим таблицам* (Академия наук СССР), Москва, 1956. Videti str. 401, 531, 545 pomenute knjige.

[17] F. L. Miksa: *Stirling numbers of the first kind.* 27 leaves reproduced from typewritten manuscript on deposit in the UMT File. (*Mathematical Tables and other Aids to Computation*, vol. X, 1956, p. 37—38).

Résumé

SUR LES NOMBRES DE STIRLING DE PREMIÈRE ESPÈCE ET LES POLYNOMES DE STIRLING

DRAGOSLAV S. MITRINOVITCH

(Reçu le 5 mai 1959)

Les nombres de Stirling de première espèce S_n^m, définis par

$$\prod_{m=0}^{n-1}(x-m)=\sum_{m=1}^{n} S_n^m x^m, \tag{1}$$

satisfont à la relation de récurrence

$$S_{n+1}^m = S_n^{m-1} - n S_n^m. \tag{2}$$

Dans cet article, on indique les solutions suivantes de l'équation aux différences finies (2):

$$S_n^{n-1} = -\binom{n}{2},$$

$$S_n^{n-2} = \frac{1}{4}\binom{n}{3}(3n-1),$$

$$S_n^{n-3} = -\frac{1}{2}\binom{n}{4}n(n-1),$$

$$S_n^{n-4} = \frac{1}{48}\binom{n}{5}(15n^3-30n^2+5n+2),$$

$$S_n^{n-5} = -\frac{1}{16}\binom{n}{6}n(n-1)(3n^2-7n-2),$$

$$S_n^{n-6} = \frac{1}{576}\binom{n}{7}(63n^5-315n^4+315n^3+91n^2-42n-16),$$

$$S_n^{n-7} = -\frac{1}{144}\binom{n}{8}n(n-1)(9n^4-54n^3+51n^2+58n+16),$$

$$S_n^{n-8} = \frac{1}{3840}\binom{n}{9}(135n^7-1260n^6+3150n^5-840n^4-2345n^3-$$
$$-540n^2+404n+144),$$

$$S_n^{n-9} = -\frac{1}{768}\binom{n}{10}n(n-1)(15n^6-165n^5+465n^4+17n^3-$$
$$-648n^2-548n-144),$$

$$S_n^{n-10} = \frac{1}{9216}\binom{n}{11}(99n^9-1485n^8+6930n^7-8778n^6-8085n^5+$$
$$+8195n^4+11792n^3+2068n^2-2288n-768),$$

$$S_n^{n-11} = -\frac{1}{1536}\binom{n}{12}n(n-1)(9n^8-156n^7+834n^6-1080n^5-$$
$$-1927n^4+1252n^3+4156n^2+3056n+768),$$

$$S_n^{n-12} = \frac{1}{3\,870\,720}\binom{n}{13}(12\,285\,n^{11} - 270\,270\,n^{10} + 2\,027\,025\,n^9 -$$
$$- 5\,495\,490\,n^8 + 315\,315\,n^7 + 12\,882\,870\,n^6 +$$
$$+ 5\,760\,755\,n^5 - 14\,444\,430\,n^4 - 15\,875\,860\,n^3 -$$
$$- 2\,037\,672\,n^2 + 3\,327\,584\,n + 1\,061\,376),$$

$$S_n^{n-13} = -\frac{1}{552\,960}\binom{n}{14} n(n-1)(945\,n^{10} - 23\,625\,n^9 + 201\,600\,n -$$
$$- 609\,210\,n^7 - 113\,715\,n^6 + 2\,207\,175\,n^5 +$$
$$+ 1\,817\,786\,n^4 - 3\,161\,188\,n^3 - 6\,544\,568\,n^2 -$$
$$- 4\,388\,960\,n - 1\,061\,376).$$

En partant de ces polynômes de *Stirling*, *R. S. Mitrinovitch* a calculé un tableau de ces nombres qui est plus étendu que celui de *Glaisher* {voir **[4]**, p. 20—26}.

Ce tableau est ajouté à cet article comme complément.

Dans l'Introduction de cet article sont données quelques indications historiques et bibliographiques, où sont mentionnés, entre autres, les travaux de *Jordan* {**[1]**, **[2]**}, de *Nielsen* **[3]**, de *Glaisher* **[4]**, **[5]**, de *Mitrinovitch* **[7]**, **[8]**, **[9]**, **[10]**, **[11]**.

DODATAK — COMPLÉMENT

RUŽICA S. MITRINOVIĆ

Tablica Stirling-ovih brojeva — Tableau des nombres de Stirling

S_n^{n-1}	za pour	$n = 2\,(1)\,200.$
S_n^{n-2}	za pour	$n = 3\,(1)\,200.$
S_n^{n-3}	za pour	$n = 4\,(1)\,200.$
S_n^{n-4}	za pour	$n = 5\,(1)\,200.$
S_n^{n-5}	za pour	$n = 6\,(1)\,200.$
S_n^{n-6}	za pour	$n = 7\,(1)\,100.$
S_n^{n-7}	za pour	$n = 8\,(1)\,50.$
S_n^{n-8}	za pour	$n = 9\,(1)\,40.$
S_n^{n-9}	za pour	$n = 10\,(1)\,40.$
S_n^{n-10}	za pour	$n = 11\,(1)\,40.$
S_n^{n-11}	za pour	$n = 12\,(1)\,38.$
S_n^{n-12}	za pour	$n = 13\,(1)\,30.$
S_n^{n-13}	za pour	$n = 14\,(1)\,27.$

$$S_n^{n-1} = -\binom{n}{2}.$$

n	$-S_n^{n-1}$	n	$-S_n^{n-1}$	n	$-S_n^{n-1}$	n	$-S_n^{n-1}$
2	1	52	1326	102	5151	152	11476
3	3	53	1378	103	5253	153	11628
4	6	54	1431	104	5356	154	11781
5	10	55	1485	105	5460	155	11935
6	15	56	1540	106	5565	156	12090
7	21	57	1596	107	5671	157	12246
8	28	58	1653	108	5778	158	12403
9	36	59	1711	109	5886	159	12561
10	45	60	1770	110	5995	160	12720
11	55	61	1830	111	6105	161	12880
12	66	62	1891	112	6216	162	13041
13	78	63	1953	113	6328	163	13203
14	91	64	2016	114	6441	164	13366
15	105	65	2080	115	6555	165	13530
16	120	66	2145	116	6670	166	13695
17	136	67	2211	117	6786	167	13861
18	153	68	2278	118	6903	168	14028
19	171	69	2346	119	7021	169	14196
20	190	70	2415	120	7140	170	14365
21	210	71	2485	121	7260	171	14535
22	231	72	2556	122	7381	172	14706
23	253	73	2628	123	7503	173	14878
24	276	74	2701	124	7626	174	15051
25	300	75	2775	125	7750	175	15225
26	325	76	2850	126	7875	176	15400
27	351	77	2926	127	8001	177	15576
28	378	78	3003	128	8128	178	15753
29	406	79	3081	129	8256	179	15931
30	435	80	3160	130	8385	180	16110
31	465	81	3240	131	8515	181	16290
32	496	82	3321	132	8646	182	16471
33	528	83	3403	133	8778	183	16653
34	561	84	3486	134	8911	184	16836
35	595	85	3570	135	9045	185	17020
36	630	86	3655	136	9180	186	17205
37	666	87	3741	137	9316	187	17391
38	703	88	3828	138	9453	188	17578
39	741	89	3916	139	9591	189	17766
40	780	90	4005	140	9730	190	17955
41	820	91	4095	141	9870	191	18145
42	861	92	4186	142	10011	192	18336
43	903	93	4278	143	10153	193	18528
44	946	94	4371	144	10296	194	18721
45	990	95	4465	145	10440	195	18915
46	1035	96	4560	146	10585	196	19110
47	1081	97	4656	147	10731	197	19306
48	1128	98	4753	148	10878	198	19503
49	1176	99	4851	149	11026	199	19701
50	1225	100	4950	150	11175	200	19900
51	1275	101	5050	151	11325		

$$S_n^{n-2} = \frac{1}{4}\binom{n}{3}(3n-1).$$

n	S_n^{n-2}	n	S_n^{n-2}	n	S_n^{n-2}	n	S_n^{n-2}
3	2	53	9 25327	103	136 17527	153	670 14102
4	11	54	9 98361	104	141 58586	154	687 93186
5	35	55	10 75635	105	147 15610	155	706 07460
6	85	56	11 57310	106	152 88910	156	724 57385
7	175	57	12 43550	107	158 78800	157	743 43425
8	322	58	13 34522	108	164 85597	158	762 66047
9	546	59	14 30396	109	171 09621	159	782 25721
10	870	60	15 31345	110	177 51195	160	802 22920
11	1320	61	16 37545	111	184 10645	161	822 58120
12	1925	62	17 49175	112	190 88300	162	843 31800
13	2717	63	18 66417	113	197 84492	163	864 44442
14	3731	64	19 89456	114	204 99556	164	885 96531
15	5005	65	21 18480	115	212 33830	165	907 88555
16	6580	66	22 53680	116	219 87655	166	930 21005
17	8500	67	23 95250	117	227 61375	167	952 94375
18	10812	68	25 43387	118	235 55337	168	976 09162
19	13566	69	26 98291	119	243 69891	169	999 65866
20	16815	70	28 60165	120	252 05390	170	1023 64990
21	20615	71	30 29215	121	260 62190	171	1048 07040
22	25025	72	32 05650	122	269 40650	172	1072 92525
23	30107	73	33 89682	123	278 41132	173	1098 21957
24	35926	74	35 81526	124	287 64001	174	1123 95851
25	42550	75	37 81400	125	297 09625	175	1150 14725
26	50050	76	39 89525	126	306 78375	176	1176 79100
27	58500	77	42 06125	127	316 70625	177	1203 89500
28	67977	78	44 31427	128	326 86752	178	1231 46452
29	78561	79	46 65661	129	337 27136	179	1259 50486
30	90335	80	49 09060	130	347 92160	180	1288 02135
31	1 03385	81	51 61860	131	358 82210	181	1317 01935
32	1 17800	82	54 24300	132	369 97675	182	1346 50425
33	1 33672	83	56 96622	133	381 38947	183	1376 48147
34	1 51096	84	59 79071	134	393 06421	184	1406 95646
35	1 70170	85	62 71895	135	405 00495	185	1437 93470
36	1 90995	86	65 75345	136	417 21570	186	1469 42170
37	2 13675	87	68 89675	137	429 70050	187	1501 42300
38	2 38317	88	72 15142	138	442 46342	188	1533 94417
39	2 65031	89	75 52006	139	455 50856	189	1566 99081
40	2 93930	90	79 00530	140	468 84005	190	1600 56855
41	3 25130	91	82 60980	141	482 46205	191	1634 68305
42	3 58750	92	86 33625	142	496 37875	192	1669 34000
43	3 94912	93	90 18737	143	510 59437	193	1704 54512
44	4 33741	94	94 16591	144	525 11316	194	1740 30416
45	4 75365	95	98 27465	145	539 93940	195	1776 62290
46	5 19915	96	102 51640	146	555 07740	196	1813 50715
47	5 67525	97	106 89400	147	570 53150	197	1850 96275
48	6 18332	98	111 41032	148	586 30607	198	1888 99557
49	6 72476	99	116 06826	149	602 40551	199	1927 61151
50	7 30100	100	120 87075	150	618 83425	200	1966 81650
51	7 91350	101	125 82075	151	635 59675		
52	8 56375	102	130 92125	152	652 69750		

$$S_n^{n-3} = -\frac{1}{2}\binom{n}{4} n(n-1).$$

n	$-S_n^{n-3}$	n	$-S_n^{n-3}$	n	$-S_n^{n-3}$	n	$-S_n^{n-3}$
4	6	54	4525 55181	104	2 46275 62856	154	26 54627 57406
5	50	55	5064 66675	105	2 61000 55800	155	27 60569 08050
6	225	56	5656 26600	106	2 76451 94850	156	28 70010 64350
7	735	57	6304 35960	107	2 92658 19310	157	29 83044 16410
8	1960	58	7013 18310	108	3 09648 50910	158	30 99763 34135
9	4536	59	7787 20586	109	3 27452 95386	159	32 20263 69561
10	9450	60	8631 13950	110	3 46102 44075	160	33 44642 59200
11	18150	61	9549 94650	111	3 65628 75525	161	34 72999 26400
12	32670	62	10548 84895	112	3 86064 57120	162	36 05434 83720
13	55770	63	11633 33745	113	4 07443 46720	163	37 42052 35320
14	91091	64	12809 18016	114	4 29799 94316	164	38 82956 79366
15	1 43325	65	14082 43200	115	4 53169 43700	165	40 28255 10450
16	2 18400	66	15459 44400	116	4 77588 34150	166	41 78056 22025
17	3 23680	67	16946 87280	117	5 03094 02130	167	43 32471 08855
18	4 68180	68	18551 69030	118	5 29724 83005	168	44 91612 69480
19	6 62796	69	20281 19346	119	5 57520 12771	169	46 55596 08696
20	9 20550	70	22143 01425	120	5 86520 29800	170	48 24538 40050
21	12 56850	71	24145 12975	121	6 16766 76600	171	49 98558 88350
22	16 89765	72	26295 87240	122	6 48302 01590	172	51 77778 92190
23	22 40315	73	28603 94040	123	6 81169 60890	173	53 62322 06490
24	29 32776	74	31078 40826	124	7 15414 20126	174	55 52314 05051
25	37 95000	75	33728 73750	125	7 51081 56250	175	57 47882 83125
26	48 58750	76	36564 78750	126	7 88218 59375	176	59 49158 60000
27	61 60050	77	39596 82650	127	8 26873 34625	177	61 56273 81600
28	77 39550	78	42835 54275	128	8 67095 04000	178	63 69363 23100
29	96 42906	79	46292 05581	129	9 08934 08256	179	65 88563 91556
30	119 21175	80	49977 92800	130	9 52442 08800	180	68 14015 28550
31	146 31225	81	53905 17600	131	9 97671 89600	181	70 45859 12850
32	178 36160	82	58086 28260	132	10 44677 59110	182	72 84239 63085
33	216 05760	83	62534 20860	133	10 93514 52210	183	75 29303 40435
34	260 16936	84	67262 40486	134	11 44239 32161	184	77 81199 51336
35	311 54200	85	72284 82450	135	11 96909 92575	185	80 40079 50200
36	371 10150	86	77615 93525	136	12 51585 59400	186	83 06097 42150
37	439 85970	87	83270 73195	137	13 08326 92920	187	85 79409 85770
38	518 91945	88	89264 74920	138	13 67195 89770	188	88 60175 95870
39	609 47991	89	95614 07416	139	14 28255 84966	189	91 48557 46266
40	712 84200	90	1 02335 35950	140	14 91571 53950	190	94 44718 72575
41	830 41400	91	1 09445 83650	141	15 57209 14650	191	97 48826 75025
42	963 71730	92	1 16963 32830	142	16 25236 29555	192	100 61051 21280
43	1114 39230	93	1 24906 26330	143	16 95722 07805	193	103 81564 49280
44	1284 20446	94	1 33293 68871	144	17 68737 07296	194	107 10541 70096
45	1475 05050	95	1 42145 28425	145	18 44353 36800	195	110 48160 70800
46	1688 96475	96	1 51481 37600	146	19 22644 58100	196	113 94602 17350
47	1928 12565	97	1 61322 95040	147	20 03685 88140	197	117 50049 57490
48	2194 86240	98	1 71691 66840	148	20 87554 01190	198	121 14689 23665
49	2491 66176	99	1 82609 87976	149	21 74327 31026	199	124 88710 35951
50	2821 17500	100	1 94100 63750	150	22 64085 73125	200	128 72305 05000
51	3186 22500	101	2 06187 71250	151	23 56910 86875		
52	3589 81350	102	2 18895 60825	152	24 52885 97800		
53	4035 12850	103	2 32249 57575	153	25 52095 99800		

$$S_n^{n-4} = \frac{1}{48}\binom{n}{5}(15\,n^3 - 30\,n^2 + 5\,n + 2).$$

n	S_n^{n-4}	n	S_n^{n-4}	n	S_n^{n-4}	n	S_n^{n-4}
5	24	55	17 43114 37014	105	3426 72650 24629	155	80240 58899 81619
6	274	56	20 21671 04139	106	3700 77708 83629	156	84519 47107 29369
7	1624	57	23 38421 93739	107	3993 81615 37729	157	88996 68767 67969
8	6769	58	26 97770 43459	108	4306 96042 03899	158	93680 06701 44339
9	22449	59	31 04535 05439	109	4641 38081 02179	159	98577 69309 37669
10	63273	60	35 63980 20013	110	4998 30452 99253	160	1 03697 91236 97868
11	1 57773	61	40 81848 57013	111	5379 01721 47503	161	1 09049 34051 69868
12	3 57423	62	46 64395 30663	112	5784 86513 30778	162	1 14640 86933 20268
13	7 49463	63	53 18423 94153	113	6217 25745 28218	163	1 20481 67376 82903
14	14 74473	64	60 51324 20038	114	6677 66857 07578	164	1 26581 21910 40068
15	27 49747	65	68 71111 73112	115	7167 64050 59602	165	1 32949 26824 56092
16	48 99622	66	77 86469 81112	116	7688 78535 85102	166	1 39595 88916 80342
17	83 94022	67	88 06793 11512	117	8242 78783 46502	167	1 46531 46249 36492
18	138 96582	68	99 42233 59272	118	8831 40783 95712	168	1 53766 68921 15277
19	223 23822	69	112 03748 53312	119	9456 48313 90302	169	1 61312 59853 87917
20	349 16946	70	126 03150 88186	120	10119 93209 10051	170	1 69180 55592 57541
21	533 27946	71	141 53161 87936	121	10823 75644 86051	171	1 77382 27120 66041
22	797 21796	72	158 67466 09161	122	11570 04423 54651	172	1 85929 80689 73891
23	1168 96626	73	177 60768 90441	123	12360 97269 48631	173	1 94835 58664 30571
24	1684 23871	74	198 48856 55361	124	13198 81131 38101	174	2 04112 40381 53341
25	2388 10495	75	221 48658 76485	125	14085 92492 33725	175	2 13773 43026 32215
26	3336 85495	76	246 78314 07735	126	15024 77687 64975	176	2 23832 22521 79090
27	4600 12995	77	274 57237 92735	127	16017 93230 46225	177	2 34302 74435 39090
28	6263 34345	78	305 06193 56785	128	17068 06145 43600	178	2 45199 34900 82290
29	8430 41745	79	338 47365 90235	129	18177 94310 55600	179	2 56536 81555 94090
30	11226 86019	80	375 04438 31134	130	19350 46807 20624	180	2 68330 34496 82614
31	14803 21269	81	415 02672 55134	131	20588 64278 64624	181	2 80595 57248 21614
32	19338 89244	82	458 68991 80734	132	21895 59297 02224	182	2 93348 57750 47464
33	25046 46364	83	506 32066 98054	133	23274 56739 04744	183	3 06605 89363 28934
34	32176 36444	84	558 22406 29434	134	24728 94170 48674	184	3 20384 51886 28539
35	41022 12268	85	614 72448 30258	135	26262 22239 58248	185	3 34701 92596 74363
36	51926 09268	86	676 16658 38508	136	27878 05079 55873	186	3 49576 07304 61363
37	65285 74668	87	742 91628 81658	137	29580 20720 34273	187	3 65025 41425 01263
38	81560 55558	88	815 36182 49623	138	31372 61509 64313	188	3 81068 91068 40253
39	1 01279 49468	89	893 91480 42583	139	33259 34543 52573	189	3 97726 04148 63813
40	1 25049 21117	90	979 01133 02607	140	35244 62106 62847	190	4 15016 81509 08087
41	1 53562 89117	91	1071 11315 38107	141	37332 82122 15847	191	4 32961 78066 97337
42	1 87609 86517	92	1170 70886 50257	142	39528 48611 81497	192	4 51582 03976 27112
43	2 28085 99177	93	1278 31512 70617	143	41836 32165 78307	193	4 70899 25809 12872
44	2 76004 86067	94	1394 47795 19307	144	44261 20422 94422	194	4 90935 67756 23912
45	3 32509 85691	95	1519 77401 93181	145	46808 18561 45046	195	5 11714 12846 22536
46	3 98887 12941	96	1654 81203 93556	146	49482 49799 81046	196	5 33258 04184 28536
47	4 76579 50791	97	1800 23416 03156	147	52289 55908 63646	197	5 55591 46210 29136
48	5 67201 41346	98	1956 71742 22036	148	55234 97733 20226	198	5 78739 05976 54666
49	6 72554 80866	99	2124 97525 72356	149	58324 55726 96346	199	6 02726 14445 40336
50	7 94646 23490	100	2305 75903 81980	150	61564 30496 19220	200	6 27578 67806 94585
51	9 35704 98490	101	2499 85967 56980	151	64960 43355 87970		
52	10 98202 45990	102	2708 10926 53230	152	68519 36897 05095		
53	12 84872 76190	103	2931 38278 57380	153	72247 75565 71695		
54	14 98734 57240	104	3170 59984 87605	154	76152 46253 41095		

$$S_n^{n-5} = -\frac{1}{16}\binom{n}{6} n(n-1)(3n^2-7n-2).$$

n	$-S_n^{n-5}$	n	$-S_n^{n-5}$
6	120	56	5633 90678 05020
7	1764	57	6766 04256 36804
8	13132	58	8098 94306 79927
9	67284	59	9663 64992 00549
10	2 69325	60	11495 32560 21450
11	9 02055	61	13633 71372 22230
12	26 37558	62	16123 64135 00023
13	69 26634	63	19015 56644 01129
14	166 69653	64	22366 17352 32768
15	373 12275	65	26239 02101 18400
16	785 58480	66	30705 24363 70680
17	1569 52432	67	35844 31371 24072
18	2996 50806	68	41744 86509 95376
19	5497 89282	69	48505 58394 25872
20	9739 41900	70	56236 17043 04400
21	16722 80820	71	65058 37604 77420
22	27921 67686	72	75107 12098 20876
23	45460 47198	73	86531 69656 80468
24	72346 69596	74	99497 05786 82661
25	1 12768 42500	75	1 14185 21171 79375
26	1 72471 04875	76	1 30796 70579 15750
27	2 59229 27745	77	1 49552 22449 03610
28	3 83432 78610	78	1 70694 29769 44205
29	5 58806 40270	79	1 94489 12867 73435
30	8 03288 50875	80	2 21228 54774 02000
31	11 40094 31445	81	2 51232 09838 92720
32	15 98993 90784	82	2 84849 26315 58574
33	22 17838 46592	83	3 22461 83643 78762
34	30 44371 76604	84	3 64486 45203 17244
35	41 38368 15700	85	4 11377 27331 89700
36	55 74142 45080	86	4 63628 85437 61630
37	74 43481 78728	87	5 21779 18058 73318
38	98 59054 41444	88	5 86412 89765 77564
39	129 58355 52648	89	6 58164 73825 44388
40	169 08255 81900	90	7 37723 15583 34275
41	219 10224 26580	91	8 25834 17555 68905
42	282 06302 80377	92	9 23305 47255 36642
43	360 85917 14091	93	10 31010 68813 60286
44	458 93614 78702	94	11 49893 99495 27667
45	580 37828 65650	95	12 80974 92243 42525
46	730 00772 21745	96	14 25353 45426 94720
47	913 49580 17031	97	15 84215 41004 76096
48	1137 48817 04208	98	17 58838 12359 82228
49	1409 74484 88816	99	19 50596 43097 41756
50	1739 29670 51250	100	21 60968 98144 05000
51	2136 61982 25750	101	23 91544 88526 03000
52	2613 82936 48740	102	26 44030 71250 57980
53	3184 89464 40220	103	29 20257 85756 87440
54	3865 87720 78290	104	32 22190 28449 97580
55	4675 19387 69250	105	35 51932 66877 08500

$$S_n^{n-5} = -\frac{1}{16}\binom{n}{6} n(n-1)(3n^2-7n-2).$$

n	$-S_n^{n-5}$
106	39 11738 95152 94545
107	43 04021 32289 59219
108	47 31359 65134 96222
109	51 96511 37675 17314
110	57 02421 88506 54825
111	62 52235 38335 72655
112	68 49306 79419 45488
113	74 97211 18909 92624
114	81 99761 28126 81258
115	89 61015 49833 45150
116	97 85294 15651 99380
117	106 77193 25810 71212
118	116 41599 43476 11946
119	126 83705 55983 05962
120	138 09027 05337 51900
121	150 23418 90429 58020
122	163 33093 43457 70191
123	177 44638 83130 37613
124	192 65038 47277 19226
125	209 01691 07568 43750
126	226 62431 69110 59375
127	245 55553 57754 46225
128	265 89830 98023 16800
129	287 74542 84638 97600
130	311 19497 50700 70000
131	336 35058 35637 51120
132	363 32170 56140 16864
133	392 22388 83347 10432
134	423 17906 29640 41384
135	456 31584 48485 63700
136	491 76984 50829 27180
137	529 68399 41649 25908
138	570 20887 80336 21309
139	613 50308 68666 96503
140	659 73357 70217 04150
141	709 07604 65145 02730
142	761 71532 44369 37157
143	817 84577 47247 09731
144	877 67171 46954 07632
145	941 40784 87858 04400
146	1009 27971 79268 36070
147	1081 52416 50040 68786
148	1158 38981 68610 24748
149	1240 13758 33124 18196
150	1327 04117 36441 73750
151	1419 38763 10870 56750
152	1517 47788 57608 40220
153	1621 62732 65961 66660
154	1732 16639 27516 35995
155	1849 44118 50541 64625
156	1973 81409 80013 15570
157	2105 66447 28750 97134
158	2245 38927 25276 68267
159	2393 40377 84104 73829
160	2550 14231 04295 63200
161	2716 05897 02212 22080
162	2891 62840 84535 70828
163	3077 34661 67714 54244
164	3273 73174 50137 68248
165	3481 32494 43443 39400
166	3700 69123 69495 94580
167	3932 42041 29685 31352
168	4177 12795 53329 25516
169	4435 45599 32082 92052
170	4708 07428 47388 50025
171	4995 68122 98126 31995
172	5299 00491 35759 25006
173	5618 80418 14394 34258
174	5955 86974 63319 23041
175	6311 02532 89706 04375
176	6685 12883 19312 42000
177	7079 07354 83147 61840
178	7493 78940 58211 80770
179	7930 24424 70558 28390
180	8389 44514 69071 70500
181	8872 43976 78500 41020
182	9380 31775 40427 53154
183	9914 21216 51013 91602
184	10475 30095 04495 86524
185	11064 80846 51572 37700
186	11684 00702 81969 94855
187	12334 21852 40628 08373
188	13016 81604 87105 44554
189	13733 22560 07965 12118
190	14484 92781 92057 72775
191	15273 45976 78783 09305
192	16100 41676 89575 00672
193	16967 45428 53019 06176
194	17876 28985 34180 90472
195	18828 70506 78891 29400
196	19826 54761 83905 23920
197	20871 73338 04025 16976
198	21966 24856 07452 56768
199	23112 15189 90808 80636
200	24311 57692 65444 07500

$$S_n^{n-6}=\frac{1}{576}\binom{n}{7}(63\,n^5-315\,n^4+315\,n^3+91\,n^2-42\,n-16).$$

n	S_n^{n-6}	n	S_n^{n-6}
7	720	57	15 89991 09541 61520
8	13068	58	19 75655 52154 59348
9	1 18124	59	24 45394 21948 95114
10	7 23680	60	30 15549 56477 27505
11	34 16930	61	37 05269 10090 14505
12	133 39535	62	45 36925 63795 70535
13	449 90231	63	55 36591 40165 71961
14	1350 36473	64	67 34572 08738 43088
15	3684 11615	65	81 66007 19287 40240
16	9280 95740	66	98 71543 55864 36240
17	21850 31420	67	118 98089 63869 01120
18	48532 22764	68	142 99658 65742 13944
19	1 02469 37272	69	171 38309 48418 99512
20	2 06929 33630	70	204 85194 77622 84680
21	4 01717 71630	71	244 21726 70635 92680
22	7 52896 68850	72	290 40871 40574 89500
23	13 67173 57942	73	344 48584 11645 92572
24	24 12764 43496	74	407 65397 96592 65736
25	41 49085 13800	75	481 28180 24817 83650
26	69 68295 76300	76	566 92071 12702 36775
27	114 52543 03030	77	666 32620 76718 33775
28	184 51733 52165	78	781 48142 05294 11745
29	291 87851 53245	79	914 62297 27310 59735
30	453 93237 21075	80	1068 26938 43861 61100
31	694 91892 47325	81	1245 25222 25783 21100
32	1048 34816 22120	82	1448 75022 22736 31420
33	1560 02621 27208	83	1682 32661 80614 34488
34	2291 91290 64744	84	1949 96994 23048 71734
35	3326 99930 69280	85	2256 13856 20115 20230
36	4775 42816 18780	86	2605 80924 43326 44730
37	6782 11944 41660	87	3004 53005 90961 44910
38	9536 20770 54596	88	3458 47794 62071 23576
39	13282 64838 29468	89	3974 52129 61459 49208
40	18336 40703 82740	90	4560 28791 31923 99740
41	25099 70936 58740	91	5224 23875 34424 84490
42	34082 90131 48520	92	5975 74785 31992 54845
43	45929 54849 24354	93	6825 18888 79486 25909
44	61446 49286 30267	94	7784 02882 79151 32507
45	81639 68336 93155	95	8864 92918 31707 33205
46	1 07756 70626 47405	96	10081 85535 94832 73080
47	1 41337 06148 47675	97	11450 19467 55819 66200
48	1 84271 36416 48132	98	12986 88362 33281 47512
49	2 38870 79634 50116	99	14710 54498 44544 05856
50	3 07948 29394 02100	100	16641 63545 11188 39700
51	3 94913 12919 64600		
52	5 03880 74014 77850		
53	6 39799 86712 12330		
54	8 08599 28325 43990		
55	10 17356 65247 71650		
56	12 74492 31570 80400		

$$S_n^{n-7} = -\frac{1}{144}\binom{n}{8} n(n-1)(9n^4 - 54n^3 + 51n^2 + 58n + 16).$$

n	$-S_n^{n-7}$	n	$-S_n^{n-7}$
8	5040	30	20791 29962 95875
9	1 09584	31	34409 27079 28125
10	11 72700	32	55951 75745 95200
11	84 09500	33	89498 89865 03040
12	459 95730	34	1 40979 76367 00904
13	2060 70150	35	2 18904 80249 02200
14	7909 43153	36	3 35349 77823 27000
15	26814 53775	37	5 07265 19206 03030
16	82076 28000	38	7 58203 61149 44500
17	2 30571 59840	39	11 20579 50430 19148
18	6 02026 93980	40	16 38602 79123 68400
19	14 75607 03732	41	23 72059 07276 78000
20	34 22525 11900	42	34 01147 15676 86340
21	75 61111 84500	43	48 32629 01199 24180
22	159 97183 88730	44	68 07599 59716 71402
23	325 60911 03430	45	95 11245 28314 03150
24	640 05903 36096	46	131 85031 03475 95125
25	1219 12249 80000	47	181 41839 52293 75755
26	2256 39378 25000	48	247 84681 41272 16480
27	4068 15068 08800	49	336 29706 89263 26816
28	7100 33729 91150	50	453 34375 91353 82500
29	12326 82268 51770		

$$S_n^{n-8} = \frac{1}{3840}\binom{n}{9}(135n^7 - 1260n^6 + 3150n^5 - 840n^4 - 2345n^3 - 540n^2 + 404n + 144).$$

n	S_n^{n-8}	n	S_n^{n-8}
9	40320	25	29088 66798 67135
10	10 26576	26	59566 73043 67135
11	127 53576	27	1 18232 96878 17135
12	1052 58076	28	2 28073 03716 54735
13	6572 05836	29	4 28562 48154 06935
14	33361 18786	30	7 86040 33941 08265
15	1 44093 22928	31	14 09779 32829 84515
16	5 46311 29553	32	24 76466 72287 56390
17	18 59531 77553	33	42 66922 96158 02790
18	57 79248 94833	34	72 20386 61704 03110
19	166 15733 86473	35	120 13698 58182 33846
20	446 52267 57381	36	196 75366 66898 10846
21	1131 02769 95381	37	317 47958 68535 82846
22	2718 86118 69881	38	505 16770 79158 96806
23	6238 24164 21941	39	793 28508 02837 87806
24	13727 25118 00831	40	1230 31108 69615 34578

$$S_n^{n-9} = -\frac{1}{768}\binom{n}{10} n(n-1)(15n^6 - 165n^5 + 465n^4 + 17n^3 - 648n^2 - 548n - 144).$$

n	$-S_n^{n-9}$	n	S_n^{n-9}
10	3 62880	26	12 97275 33185 42875
11	106 28640	27	28 46010 32320 88385
12	1509 17976	28	60 38300 48031 51030
13	14140 14888	29	124 24345 52094 83610
14	99577 03756	30	248 52657 48562 84725
15	5 66633 66760	31	484 33867 66795 32675
16	27 28032 10680	32	921 37026 84520 52640
17	114 69012 83528	33	1713 83961 97722 57120
18	430 81053 01929	34	3121 92419 70937 49190
19	1471 07534 03923	35	5576 85564 68874 54930
20	4628 06477 51910	36	9781 65015 05256 39540
21	13558 51828 99530	37	16864 78215 13588 29996
22	37310 09998 02531	38	28611 52686 4[illegible]413 95298
23	97125 04609 39913	39	47807 89976 57454 73926
24	2 40604 60386 44556	40	78746 01789 68131 98360
25	5 70058 63218 64500		

$$S_n^{n-10} = \frac{1}{9216}\binom{n}{11}(99n^9 - 1485n^8 + 6930n^7 - 8778n^6 - 8085n^5 + 8195n^4 + 11792n^3 + 2068n^2 - 2288n - 768).$$

n	S_n^{n-10}	n	S_n^{n-10}
11	36 28800	26	234 96156 94227 86050
12	1205 43840	27	572 25315 57049 00800
13	19315 59552	28	1340 67594 29712 87195
14	2 03137 53096	29	3031 40007 74595 16035
15	15 97216 05680	30	6634 46027 85345 40725
16	100 96721 07080	31	14090 25752 42230 82475
17	537 45234 77960	32	29104 75650 12885 95400
18	2487 18452 97936	33	58588 60509 17542 79880
19	10241 77407 32658	34	1 15145 31254 42387 64840
20	38192 20555 02195	35	2 21290 73524 54262 37300
21	1 30753 50105 40395	36	4 16480 68288 64871 59850
22	4 15482 38514 30525	37	7 68620 08830 54101 83290
23	12 36304 58470 86207	38	13 92617 02790 56868 93142
24	34 70180 64487 04206	39	24 79855 04877 34599 14466
25	92 44691 13761 73550	40	43 44363 13963 75333 97580

$$S_n^{n-11} = -\frac{1}{1536}\binom{n}{12} n(n-1)(9n^8-156n^7+834n^6-1080n^5-1927n^4+1252n^3+4156n^2+3056n+768).$$

n	$-S_n^{n-11}$	n	$-S_n^{n-11}$
12	399 16800	26	3557 37285 34745 53750
13	14864 42880	27	9666 37365 84669 91050
14	2 65967 17056	28	25117 20886 24993 12650
15	31 09892 60400	29	62656 13526 56953 54110
16	270 68133 45600	30	1 50566 73751 20213 19125
17	1886 15670 58880	31	3 49600 54586 80575 40875
18	11022 84661 84200	32	7 86398 52911 89730 97600
19	55792 16815 47048	33	17 17750 73716 02081 50400
20	2 50385 87554 67550	34	36 51174 70518 80993 86440
21	10 14229 98655 11450	35	75 66115 33169 22173 91000
22	37 60053 50868 59745	36	153 11291 06528 21356 96500
23	129 00665 98183 31295	37	303 04595 64919 56734 51100
24	413 35671 43013 14056	38	587 43538 91649 58502 32830
25	1246 20006 90702 15000		

$$S_n^{n-12} = \frac{1}{3\,870\,720}\binom{n}{13}(12\,285\,n^{11}-270\,270\,n^{10}+2\,027\,025\,n^9-5\,495\,490\,n^8+315\,315\,n^7+12\,882\,870\,n^6+5\,760\,755\,n^5-14\,444\,430\,n^4-15\,875\,860\,n^3-2\,037\,672\,n^2+3\,327\,584\,n+1\,061\,376).$$

n	S_n^{n-12}	n	S_n^{n-12}
13	4790 01600	22	276 01910 92750 35346
14	1 98027 59040	23	1103 23088 11859 49736
15	39 21567 97824	24	4070 38405 70075 69521
16	505 69957 03824	25	13990 94520 02391 06865
17	4836 60092 33424	26	45145 94692 69944 81865
18	36901 26492 34384	27	1 37637 64111 73328 79365
19	2 35312 50405 49984	28	3 98629 72989 59416 37715
20	12 95363 69899 43896	29	11 01911 57804 59223 91915
21	63 03081 20992 94896	30	29 18939 50075 10876 61105

$$S_n^{n-13} = -\frac{1}{552\,960}\binom{n}{14} n(n-1)(945\,n^{10}-23\,625\,n^9+201\,600\,n^8-609\,210\,n^7-113\,715\,n^6+2\,207\,175\,n^5+1\,817\,786\,n^4-3\,161\,188\,n^3-6\,544\,568\,n^2-4\,388\,960\,n-1\,061\,376).$$

n	$-S_n^{n-13}$	n	$-S_n^{n-13}$
14	62270 20800	21	311 33364 31613 90640
15	28 34656 47360	22	1634 98069 72465 83456
16	616 58176 14720	23	7707 40110 12973 61068
17	8707 77488 75904	24	33081 71136 85742 04996
18	90929 99058 44112	25	1 30770 92873 67558 73500
19	7 55152 75920 63024	26	4 80544 55874 27335 45125
20	52 26090 33625 12720	27	16 54339 17884 45900 73615

Korektor i tehnički urednik
DRAGOSLAV ALEKSIĆ

Slagač
MIODRAG ĐUKIĆ

Tiraž: 600 primeraka

Štampanje završeno jula 1959 u Beogradskom grafičkom zavodu,
Beograd, Bulevar vojvode Mišića 17