

665. SUR UNE QUESTION DE PRIORITÉ

Milorad Bertolino

Prof. D. S. MITRINOVIĆ m'a proposé d'examiner la question de priorité concernant l'algorithme différentiel dû à MICHEL PETROVITCH, élaboré dans la monographie *Un algorithme différentiel et ses applications* (Édit. spéc. de Acad. roy. serbe, t. 111, Beograd 1936, pp. 1—235, en serbe). Notamment, D. S. MITRINOVIĆ a trouvé l'article *Un symbole d'opération dans le calcul des dérivées* par E. BRAND (Bruxelles) (Enseignement mathématique, 1904, 6, pp. 457—459) dans lequel est l'opérateur $\Delta^k = \frac{u^{(k)}}{u}$ défini, avec quelques règles et avec une application.

Suivant la proposition de D. S. MITRINOVIĆ, j'ai étudié premièrement l'article de BRAND en question. Nous allons citer directement les premières lignes de cet article, dans lesquelles est l'algorithme vraiment introduit:

»Soit u une fonction de la variable x . On représente le rapport de la dérivée première de la fonction à la fonction elle-même par Δ , et le rapport de la dérivée k^e de u à la fonction par Δ^k .

1°. Si l'on a un produit uv de deux fonctions de x , on établit immédiatement la relation symbolique

$$(1) \quad \Delta_{uv} = \Delta_u + \Delta_v$$

2° La formule se généralise aisément et on obtient

$$(2) \quad \Delta_{u_1 u_2 \dots u_n} = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{u_i}$$

3° La formule de LEIBNITZ, pour le développement de la dérivée d'un ordre quelconque d'un produit de deux fonctions u et v de x , conduit à

$$(3) \quad \Delta_{uv}^k = (\Delta_u + \Delta_v)^k$$

k devant être considéré comme un véritable exposant dans le second membre.

On peut généraliser la relation (3) et écrire

$$(4) \quad \Delta_{u_1 u_2 \dots u_n}^k = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \Delta_{u_i} \right)^k = \sum \frac{P_k}{P_\alpha P_\beta \dots P_\nu} \Delta_u^\alpha \Delta_{u_2}^\beta \dots \Delta_{u_n}^\nu$$

$P_k, P_\alpha, P_\beta, \dots, P_\nu$ représentant des nombres de permutations simples $k, \alpha, \beta, \dots, \nu$ objets, et le signe Σ du 3° membre s'étendant à toutes les valeurs de $\alpha, \beta, \dots, \nu$ satisfaisant à la relation $\alpha + \beta + \dots + \nu = k$.

La suite de l'article concerne l'application à la dérivée d'un déterminant, ce qui n'est pas particulièrement intéressant pour nous, parce que les lignes citées montrent déjà qu'il s'agit du même opérateur, désigné chez PETROVITCH: $D_n(y) = \frac{1}{y} \frac{d^n y}{dx^n}$. On peut trouver des propriétés (1), (2), (3) chez PETROVITCH aussi, à l'exclusion de la propriété (4) qui sert à Brand dans son application concernant la dérivée d'un déterminant. Cependant, la monographie de PETROVITCH, à 235 pages, contient, naturellement, beaucoup plus de résultats que l'article de Brand à 3 pages. L'oeuvre de PETROVITCH présente toute une théorie, avec ses applications, bien détaillée. Les applications de l'algorithme en questions sont dans la dite monographie très diverses-surtout dans le domaine d'équations différentielles (la géométrie, la physique, la mécanique sont touchées aussi, où des équations différentielles jouent un rôle visible). Mais notre devoir n'est ni l'exposition de cette monographie ni l'affirmation de leur importance (qui est du reste, très évidente).

En introduisant l'opérateur-algorithme en question, sur la première page de sa monographie, PETROVITCH n'insiste pas sur la priorité par rapport à la notion elle-même. Il écrit d'une manière semblable à celle se trouvant dans beaucoup de livres à l'école — introduisant les notions sans commentaires sur leur origine. Il ne cite pas, donc, ni BRAND ni aucun autre auteur, quant à la notion fondamentale elle-même.

Cependant, PETROVITCH cite, dans le même travail, plusieurs mémoires et travaux concrets des autres auteurs (APPELL, APPELROT, BILIMOVITCH, BUHL, CHILDE, DAVIDOGLU, DARBOUX, HALPHEN, KNESER, LAGUTINSKI, LECHT, SPITZER, STURM). Il s'agit des résultats particuliers dans les domaines divers de mathématiques utilisés par PETROVITCH ou systématisés par son algorithme différentiel. Conscient de la priorité de BRAND, PETROVITCH n'oublierait pas, nous en sommes sûrs, de citer le fondateur de la notion fondamentale de la monographie. Il reste deux possibilités: 1° PETROVITCH ne savait pas le travail de BRAND, 2° PETROVITCH savait que BRAND ou, peut-être, un autre auteur (en y comptant PETROVITCH lui-même) a introduit la notion avant 1936, mais il a noté ce fait dans un de ses travaux sans le répéter dans la monographie. Cette seconde possibilité est peu probable: dans le texte où treize auteurs sont cités correctement, on n'oublie pas le fondateur de la chose principale, sauf le cas où cet fondateur est l'auteur lui-même qui, très modeste, évite de souligner soi-même.

Il faudrait, donc, relire tous les travaux de PETROVITCH, surtout ceux avant 1936 et surtout ceux concernant des équations différentielles. Comme nous le savons, PETROVITCH a écrit plus de 300 travaux mathématiques.

Nous avons choisi la méthode suivante:

On sait bien que le livre *Notice sur les travaux scientifiques de M. Michel Petrovitch* (1894—1921) (Académie royale de Serbie, 1922-édition Gauthier-Villars, Paris, pp. 1—152) qui contient, avec beaucoup de détails, les résultats principaux de PETROVITCH, fut écrit par lui-même, quoique MILUTIN MILANKOVITCH figure comme le porteur de l'exposé en question. Du reste, MILANKOVITCH ne figure pas comme l'auteur dans le titre du livre, il est l'auteur du préface, dans lequel nous lisons:

»L'Académie royale m'a fait l'honneur de me demander de présenter au public scientifique l'exposé suivant de travaux de M. PETROVITCH pour lequel lui-même a été prié de fournir les matériaux«. On considère aujourd'hui ce livre comme l'oeuvre de PETROVITCH, où MILANKOVITCH n'était qu'une sorte de rédacteur.

Il faudrait, donc, justement dans ce livre, chercher la trace de l'algorithme différentiel.

Nous ne trouvons une telle trace que dans le chapitre »Étude directe des intégrales réelles« (p. 92) dans lequel (pp. 93—94) nous lisons:

»M. Petrovitch a étendu ces propositions à des classes très générales d'équations différentielles de tous les ordres et à des systèmes d'équations simultanées. Ainsi, étant donné un système d'équations différentielles (E) d'un ordre quelconque, définissant n variables y_1, y_2, \dots, y_n comme fonctions d'une variable indépendante de x , il arrive qu'une combinaison déterminée Φ , dépendant de x , des y_k et de leurs dérivées, égale en vertu des équations (E) même à l'une des expressions

$$\Delta(y_k) = \frac{1}{y_k} \frac{d^2 y_k}{dx^2}$$

soit pour les valeurs de x comprises dans un intervalle (a, b) :« etc.

On voit, donc, $\Delta_2(y)$, mais sans le cas général, et sous le titre de »l'expression«.

Dans le sous-titre du chapitre en question dix travaux relevant sont cités. Nous avons vu tous ces travaux. C'est le travail: »Fonctions implicites oscillantes« (Proc. of the fifth Cong. of math. Cambridge, 1912) qui est le seul touchant le problème dont nous parlons. On y trouve essentiellement ce rapport $D_2(y) = y''/y$ concernant des fonctions y_k du système

$$\frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, \dots, y_n), \dots, \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, \dots, y_n).$$

Le traitement du rapport en question est justement celui du livre de 1936. On ne peut pas dire que l'opérateur est introduit dans toute sa généralité. Du reste, c'est l'année 1912, tandis que le travail de BRAND est dans 1904.

Je suis d'avis que les faits exposés suffisent pour démontrer la priorité de BRAND. Malgré cela, j'ai relu, de ce point de vue, la grande majorité de travaux mathématiques de PETROVITCH, en y comptant ceux qui sont publiés après 1912. Je n'ai trouvé aucune trace de l'algorithme en question défini comme en 1936. Aucun autre auteur n'est pas cité dans ce sens. Il y a quelques travaux que je n'ai pas trouvés, mais leurs titres n'indiquent pas la possibilité d'y trouver quelque chose d'intéressant de notre point de vue. Quant à la priorité, ces travaux ne sont pas intéressants. Soulignant dans »Notice...« l'expression $\frac{1}{y_k} \frac{d^2 y_k}{dx^2}$ sans formuler l'opérateur général, PETROVITCH lui-même a clairement limité son niveau de recherche du problème en question jusqu'à l'année 1921.

Il est bien connu que PETROVITCH, un grand auteur, riche d'idées et très fertile dans son travail ne tenait pas toujours compte sur des questions de priorité. Nous avons démontré son priorité par rapport à une variante du théorème fondamental de ČAPLYGIN sur l'inégalité différentielle (voir: BERTOLINO, M. TRIFUNOVIĆ, D.: »Sur le théorème fondamental de S. A. Čaplygin sur l'inégalité différentielle du premier ordre« (Mathematica balkanica 1, Beograd. 1971, pp. 11—18). Dans ce cas, cependant, la priorité appartient à un autre auteur.

Il faut remarquer que BRAND, lui-même, ne souligne pas, d'une façon très stricte sa priorité. L'accent principal est, tout de même, sur l'algorithme, non seulement dans le titre, mais aussi dans le texte, où le résultat concernant le déterminant ne figure qu'une application.

Quoique pleine de résultats, la monographie de PETROVITCH n'était pas l'objet d'intérêt d'un grand nombre d'auteurs. D. S. MITRINOVIĆ avait quelques résultats dans ce genre. I. BANDIĆ avait pris (dans ces travaux concernant la solution des équations différentielles par des quadratures) l'algorithme différentiel de PETROVITCH comme l'axe principal de ces considérations. Il est intéressant de voir les conséquences du travail de Brand: y-a-t-il d'autres résultats partant de la première note dont nous avons parlé?