PUBLIKACIJE ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU
PUBLICATIONS DE LA FACULTÉ D'ELECTROTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ À BELGRADE

SERIJA: MATEMATIKA I FIZIKA — SERIE: MATHEMATIQUES ET PHYSIQUE

№ 10 (1956)

SUR UNE DÉMONSTRATION DANS L'ALGÈBRE DE DUBREIL

Dragoslav S. Mitrinovitch

Cette Note a pour but d'indiquer un manque dans la démonstration d'une relation de l'algèbre des ensembles.

1. Soient A, B, C trois parties quelconques d'un ensemble E. L'intersection $\cap$ et la réunion $\cup$ de ces parties jouissent, entre autres, des propriétés suivantes:

(1) $$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)\,,$$

(2) $$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)\,.$$

P. Dubreil {*cf.*]1], p. 5} démontre la relation (1) textuellement comme suit:

„Soit $x \in A \cap (B \cup C)$. On a

$$x \in A \text{ et } x \in B \cup C,$$

donc x appartient à l'un au moins des ensembles B et C, par exemple à B. Il en résulte

$$x \in A \cap B \subseteqq (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

et nous avons, par suite,

$$A \cap (B \cup C) \subseteqq (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

„Inversement, un élément x de $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ appartient, à l'un au moins des ensembles $A \cap B$ et $A \cap C$, par exemple à $A \cap B$; d'où

$$x \in A, \quad x \in B \subseteqq B \cup C$$

donc

$$x \in A \cap (B \cup C)$$

et nous avons

$$A \cap (B \cup C) \supseteqq (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

ces deux ensembles sont donc égaux.“

2. En suivant la voie de *Dubreil,* indiquée plus haut, examinons si la relation

$$(A \cup B) \cap (C \cup D) \subseteqq (A \cap C) \cup (B \cap D) \tag{3}$$

est vraie, étant donné que les A, B, C, D dénotent les parties quelconques d'un ensemble E.

Soit $x \in (A \cup B) \cap (C \cup D)$.

On a alors

$$x \in A \cup B \quad \text{et} \quad x \in C \cup D. \tag{4}$$

Si $x \in A$ et $x \in C$ au moins, les relations (4) sont satisfaites et alors $x \in A \cap C$, d'où

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap D)$$

et enfin

$$(A \cup B) \cap (C \cup D) \subseteqq (A \cap C) \cup (B \cap D).$$

Cependant la dernière relation *n'est pas vraie* pour les parties quelconques A, B, C, D d'un ensemble E. En effet, les relations (4) sont satisfaites aussi quand au moins $x \in A$ et $x \in D$ et, puisque dans le cas général

$$x \overline{\in} A \cap C, \quad x \overline{\in} B \cap D,$$

on obtient

$$x \overline{\in} (A \cap C) \cup (B \cap D).$$

Par suite, la relation (3) n'aura pas lieu dans le cas général, c'est-à-dire pour les ensembles partiels A, B, C, D quelconques d'un ensemble E.

3. La démonstration de *Dubreil* doit être complétée par l'examen de toutes les alternatives résultant des relations qui interviennent dans la démonstration. Il est vrai que, dans le cas considéré par *Dubreil,* toutes les alternatives conduisent au même résultat, c'est-à-dire elles confirment que la relation (1) est vraie, mais il n'en est pas ainsi toujours, comme l'on voit par l'exemple traité plus haut.

À ce propos nous avons écrit à M. *P. Dubreil* et il nous a dit, dans sa lettre datée du 12 janvier 1951, que dans la seconde édition à paraître, le texte en question sera modifié.

Cependant, dans la nouvelle édition de l'Algèbre de *Dubreil* {*cf.* [2], p. 6—7} le texte dont il s'agit ici est conservé invariable.

Il nous semble toutefois que l'observation indiquée doit être prise en considération dans la troisième édition de ce beau livre de *Dubreil.* Au reste, nous pensons publier, sous peu, une analyse relative à *l'Algèbre* de *P. Dubreil* dans la revue suivante: *Bulletin de la Société des mathématiciens et physiciens de Serbie.*

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

[1] P. DUBREIL:
Algèbre, t. I, 1946, Paris, 305 pages (fascicule XX des Cahiers scientifiques publiés sous la direction de G. Julia).

[2] P. DUBREIL:
Algèbre, t. I, 1954, seconde édition, Paris, 467 pages (fascicule XX de la collection de G. Julia).

REZIME

O JEDNOM DOKAZU U DUBREIL-OVOJ ALGEBRI

Dragoslav S. Mitrinović

U ovom članku ukazuje se na jedan nedostatak u dokazu relacije (1) odnosno (2) u Algebri {[1] i [2]} od *P. Dubreil*-a.